

Выбор правильной теории гравитации по наблюдениям силуэтов черных дыр

Вячеслав Докучаев и Константин Прокопьев
Институт ядерных исследований Российской Академии Наук

Современная астрономия: наука и образование
(к 270-летию Московского Университета)

ГАИШ МГУ — 2025

Основные утверждения этого доклада:

Форма изображения (силуэта) астрофизической черной дыры зависит от теории гравитации в режиме сильного поля, когда гравитационный потенциал порядка квадрата скорости света. Недавние первые наблюдения изображений сверхмассивных черных дыр SgrA* в центре нашей галактики Млечный Путь и M87* в центре гигантской эллиптической галактики M87 радиоинтерферометром Телескоп Горизонта Событий (Event Horizon Telescope, ЕНТ) подтверждают правильность ОТО Эйнштейна лишь качественно (с небольшой точностью, $\sim 2\sigma$).

В ближайшие десятилетия единственный метод выбора правильной теории гравитации (между ОТО Эйнштейна и ее модификациями) - это детальное наблюдение изображений черных дыр с наносекундным угловым разрешением.

Очень быстрый прогресс экспериментальной техники позволит провести такое наблюдение при реализации международного проекта Космической Обсерватории Миллиметрон, разработанного российскими учеными.

Формы изображений черных дыр зависят от распределения излучающего вещества, которое их посвечивает.

Возможны два астрофизических случая:

Астрофизический Случай 1: излучение вне фотонных сфер (определение будет дано дальше)

Яркий фон далеко позади черной дыры:

Наблюдается классическая тень черной дыры, которая является сечением захвата фотонов черной дырой.

Астрофизический Случай 2: излучение внутри фотонных сфер

Яркий аккреционный поток вблизи черной дыры

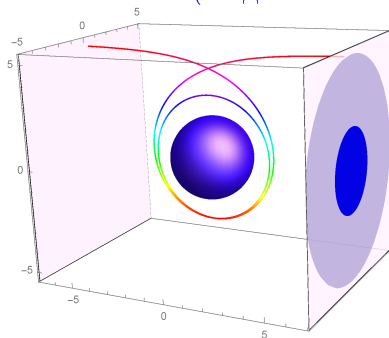
Наблюдается тень горизонта событий черной дыры, которая является линзированным изображением глобуса горизонта событий черной дыры.

Эта тень меньше классической тени черной дыры.

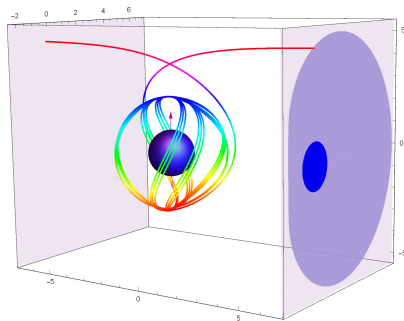
Яркий фон далеко позади черной дыры вне фотонных сфер $r_{ph} = \text{const}$

Пурпурная область на небесной сфере — классическая тень черной дыры (сечение захвата фотона черной дырой).

Синий диск — изображение горизонта событий в пространстве Эвклида (без гравитации). **Многоцветные** кривые — численно вычисленные (геодезические) траектории фотонов.



Schwarzschild

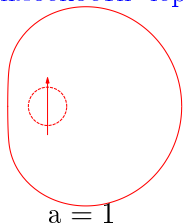


Kerr (near extreme)

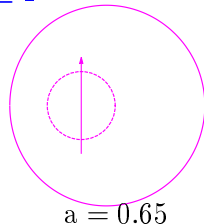
Контур (граница) тени черной дыры Керра на ярком фоне

Излучение вне фотонных сфер r_{ph}

Удаленный наблюдатель расположен в экваториальной плоскости черной дыры Керра со спином $|a| \leq 1$



$a = 1$



$a = 0.65$

Параметрическое уравнение для тени: $(\lambda, Q) = (\lambda(r), Q(r))$:

$$\lambda = \frac{(3-r)r^2 - a^2(r+1)}{a(r-1)}, \quad Q^2 = \frac{r^3[4a^2 - r(r-3)^2]}{a^2(r-1)^2}$$

Bardeen 1973, Chandrasekhar 1983

Прицельные параметры фотонной геодезической:

λ — горизонтальный и $q = \sqrt{Q}$ — вертикальный,

Q — постоянная Картера, **стрелка** — ось вращения черной дыры

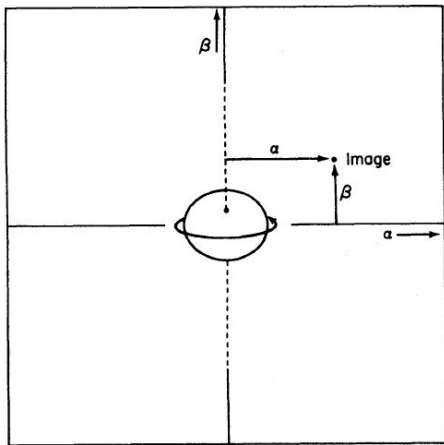
пунктирная окружность — горизонт событий $r_h = (1 + \sqrt{1 - a^2})$

Два параметра для фотонных геодезических:

$$\lambda = \Phi/E, \quad q = Q^{1/2}/E$$

Горизонтальный α и вертикальный β прицельный параметр на небесной сфере для удаленного наблюдателя при полярном угле θ_0 :

$$\alpha = -\lambda / \sin \theta_0, \quad \beta = q + a^2 \cos^2 \theta_0 - \lambda^2 \cot^2 \theta_0$$



Метрика Керра-Ньюмена в координатной системе Бойера-Линдквиста (t, r, θ, φ)

$$ds^2 = \frac{\rho^2 \Delta}{\mathcal{A}} dt^2 - \frac{\mathcal{A} \sin^2 \theta}{\rho^2} (d\varphi - \omega dt)^2 - \frac{\rho^2}{\Delta} dr^2 - \rho^2 d\theta^2$$

Электромагнитное поле (1 и 2-форма):

$$A = e \rho^{-2} r (du - a \sin^2 \theta d\varphi), \quad F = 2dA, \quad u = t + r$$

$$\rho^2 = r^2 + a^2 \cos^2 \theta, \quad \Delta = r^2 - 2r + a^2 + e^2, \quad \mathcal{A} = (r^2 + a^2)^2 - a^2 \Delta \sin^2 \theta$$

$$\omega = (2Mr - e^2) \frac{a}{\mathcal{A}} \quad \text{— угловая скорость метрики}$$

Горизонты: $\Delta = 0, \quad r_{\pm} = 1 \pm \sqrt{1 - a^2 - e^2}$

R-области ($\Delta > 0$): $r > r_+$ и $0 < r < r_- < r_+$

T-область ($\Delta < 0$): $r_- < r < r_+$

Локально невращающаяся система отсчета (ЛНВС, LNRF):

$$r = \text{const}, \quad \theta = \text{const}, \quad \varphi_0 = \boxed{\omega} t + \text{const} \quad \text{J.M. Bardeen 1970}$$

Уравнения движения пробных частиц I В. Carter 1968

$$\frac{D^2 x^i}{D\tau^2} = \frac{\epsilon}{\mu} F^i_k \frac{Dx^k}{D\tau}$$

Лагранжиан: $\frac{1}{2} g_{ij} \dot{x}^i \dot{x}^j + \epsilon A_i \dot{x}^i$

($\dot{}$) — производная по аффинному параметру $\lambda = \tau/\mu$

Нормирование (нормализация) по собственному времени:

$$\tau = \mu\lambda \iff g_{ij} \dot{x}^i \dot{x}^j = -\mu^2$$

Моменты (импульсы): $p_i = g_{ij} \dot{x}^j + \epsilon A_i$

$$\text{Гамильтониан: } H = \frac{1}{2} g^{ij} (p_i - \epsilon A_i)(p_j - \epsilon A_j) \Rightarrow H = -\frac{1}{2} \mu^2$$

Следствие симметрий: $p_u = -E$, $p_\phi = \Phi$

Три первых интеграла движения: $p_u = -E$, $p_\phi = \Phi$, $\mu = \text{const}$

Необходим четвертый первый интеграл движения!

Преимущество неожиданного фактора:

Уравнение Гамильтони-Якоби может быть решено с помощью разделения переменных в специальной координатной системе!

$$\frac{\partial S}{\partial \lambda} = \frac{1}{2} g^{ij} \left[\frac{\partial S}{\partial x^i} - \epsilon A_i \right] \left[\frac{\partial S}{\partial x^j} - \epsilon A_j \right]$$

Уравнения движения пробных чпстиц II B. Carter 1968

Уравнение Гамильтони-Якоби для действия Якоби S

$$\frac{\partial S}{\partial \lambda} = \frac{1}{2} g^{ij} \left[\frac{\partial S}{\partial x^i} - \epsilon A_i \right] \left[\frac{\partial S}{\partial x^j} - \epsilon A_j \right]$$

Если есть решение с разделением переменных:

$$S = -\frac{1}{2} \mu^2 \lambda - E u + \Phi \varphi + S_\theta + S_r$$

$$p_\theta = \frac{\partial S}{\partial \theta}, \quad p_r = \frac{\partial S}{\partial r}$$

$$p_\theta^2 + \left(aE \sin \theta + \frac{\Phi}{\sin \theta} \right)^2 + a^2 \mu^2 \cos^2 \theta =$$

$$= \Delta p_r^2 - 2[(r^2 + a^2)E - a\Phi + \epsilon e r] p_r + \mu^2 r^2 \quad \Rightarrow \quad = \mathcal{K} = \text{const}$$

$$p_\theta = \frac{dS}{d\theta} = \sqrt{V_\theta}, \quad p_r = \frac{dS}{dr} = \frac{1}{\Delta} \sqrt{V_r}, \quad \Delta = r^2 - 2r + a^2 + e^2$$

Уравнения движения пробных частиц III В. Carter 1968

$$S = \frac{1}{2}\mu^2\tau - Et + \Phi\varphi + \int^\theta \sqrt{V_\theta}d\theta + \int^r \frac{\sqrt{V_r}}{\Delta}dr$$

$$V_\theta = Q + a^2(E^2 - \mu^2)\cos^2\theta - \Phi^2\cot^2\theta, \quad \Delta = r^2 - 2r + a^2 + e^2$$

$$V_r = r[r(r^2 + a^2) + 2a^2]E^2 - 4arE\Phi - (r^2 - 2r)\Phi^2 - \Delta(r^2\mu^2 + Q)$$

$$\oint^r \frac{dr}{\sqrt{V_r}} = \oint^\theta \frac{d\theta}{\sqrt{V_\theta}}, \quad \tau = \oint^\theta \frac{a^2\cos^2\theta}{\sqrt{V_\theta}}d\theta + \oint^r \frac{r^2}{\sqrt{V_r}}dr$$

$$t = \oint^\theta \frac{a^2E^2\cos^2\theta}{\sqrt{V_\theta}}d\theta + \oint^r \frac{r^2(r^2 + a^2)E + 2ar(aE - \Phi)}{\Delta\sqrt{V_r}}dr$$

$$\varphi = \oint^\theta \frac{\Phi\cot^2\theta}{\sqrt{V_\theta}}d\theta + \oint^r \frac{r^2\Phi + 2ar(aE - \Phi)}{\Delta\sqrt{V_r}}dr$$

Перечеркнутые интегралы: Криволинейные интегралы второго рода вдоль траектории пробной частицы.

Знак перечеркнутого интеграла придумал

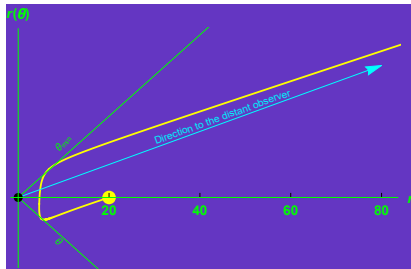
Andrew Strominger — MNRAS 475, 3829 (2018)

$$\int^{\theta} \frac{d\theta}{\sqrt{V_{\theta}}} = \int^r \frac{dr}{\sqrt{V_r}}, \quad V_{\theta}(\theta_{\min}) = 0, \quad V_r(r_{\min}) = 0$$

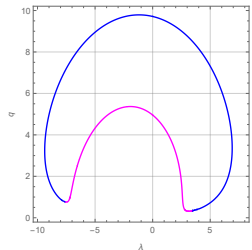
Перечеркнутые интегралы являются интегралами второго рода вдоль траектории фотона с прицельными параметрами $\lambda = \Phi/E$ and $q = Q^{1/2}/E$.

Пример интегрального уравнения для первого светового эха:

$$\int_{\theta_s}^{\theta_{\max}} \frac{d\theta}{\sqrt{V_{\theta}}} + \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} \frac{d\theta}{\sqrt{V_{\theta}}} + \int_{\theta_0}^{\theta_{\min}} \frac{d\theta}{\sqrt{V_{\theta}}} = \int_{r_s}^{r_{\min}} \frac{dr}{\sqrt{V_r}} + \int_{r_{\min}}^{r_0} \frac{dr}{\sqrt{V_r}}$$



2D фотонная траектория $r(\theta)$



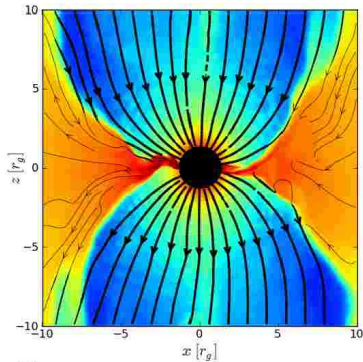
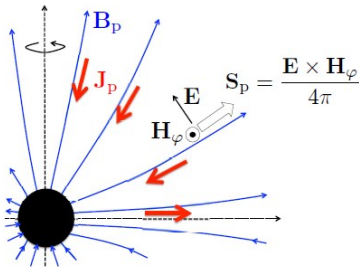
Решения: (λ, q)

Астрофизический Случай 2: общерелятивистская МГД аккреция

Излучение **внутри** фотонных сфер $r_{ph} = \text{const}$

Процесс (механизм) Блендфорда-Знайека (1977):

Симуляции на суперкомпьютерах подтверждают что за счет МГД неустойчивостей в аккрецируемой плазме генерируется электрический ток, протекающий через черную дыру и поток электромагнитной энергии Пойнтинга вдоль оси вращения черной дыры:
J.C.McKinney, A.Tchekhovskoy, R.D.Blandford (2012)



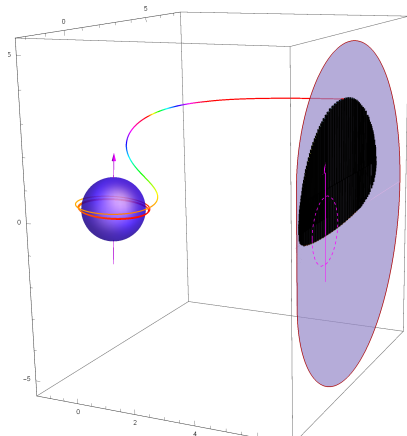
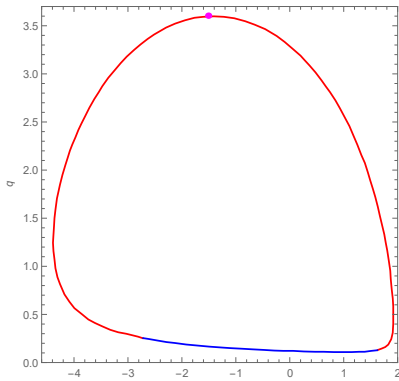
SgrA* Астрофизический Случай 2:

Вылет фотонов с радиуса $r = 1.01r_h$ в экваториальной плоскости черной дыры

Излучение **внутри** фотонных сфер $r_{ph} = \text{const}$ $a = 0.9982$,

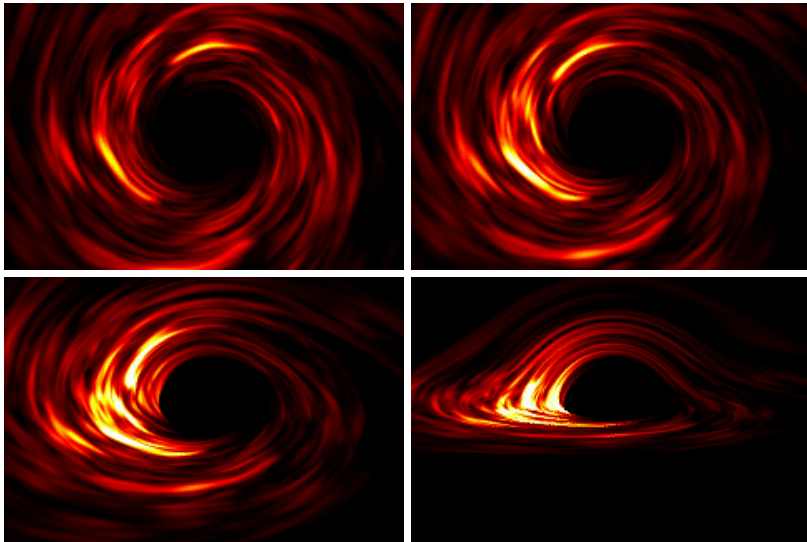
$\theta_0 = 82.2^\circ$: Форма темного пятна (черная область), восстановлена по излучению внутренней части тонкого аккреционного диска.

Траектория одного из фотонов, излученного в экваториальной плоскости черной дыры с прицельными параметрами $\lambda = -1.493$ и $q = 3.629$ (правая панель):



Астрофизический Случай 2: МГД симуляция

Излучение как вне, так и внутри фотонных сфер r_{ph}



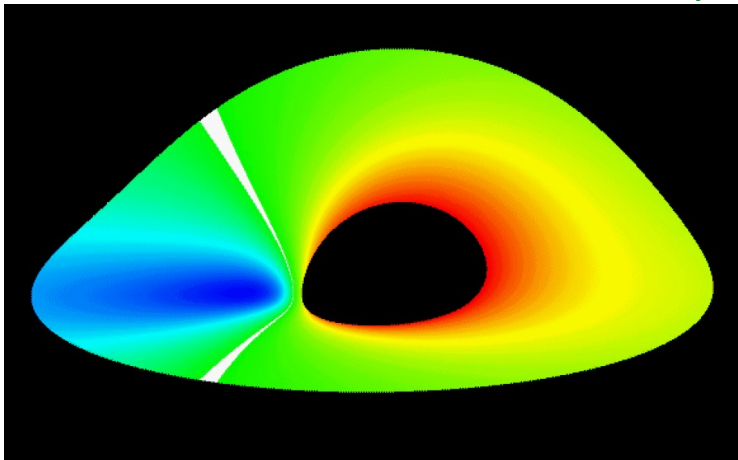
K α линия Fe 6.4 keV

Armitage & Reynolds 2003

Астрофизический Случай 2:

Эмиссионная линия от аккреционного диска

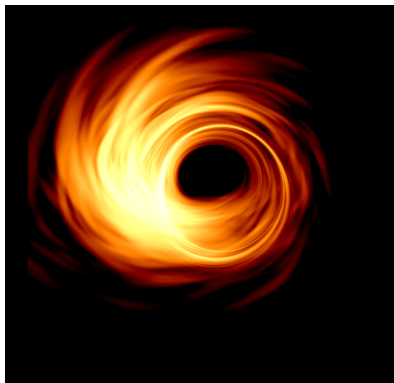
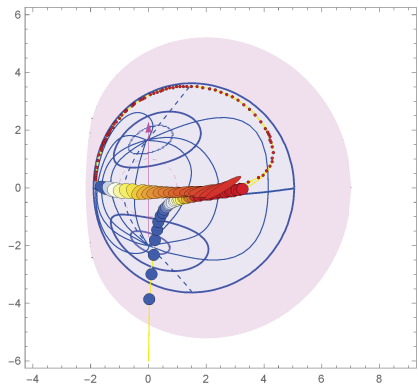
Излучение как **вне**, так и **внутри** фотонных сфер r_{ph}



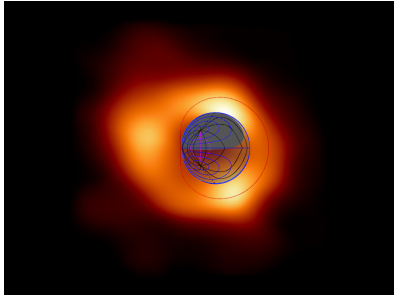
B.C.Bromley, K.Chen, W.A.Miller ApJ 475 57 (1997)

Правая панель: Численная МГД симуляция аккреции на черную дыру
Hotaka Shiokawa ЕНТ; <https://eventhorizontelescope.org/simulations-gallery>

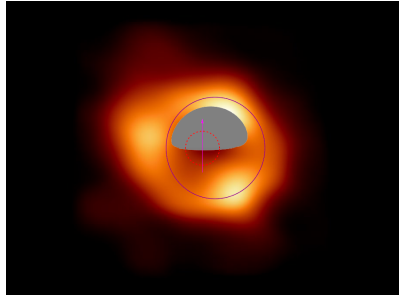
Левая панель: Падение компактного зонда на вращающуюся черную дыру:
V.I. Dokuchaev & N.O. Nazarova JETP 2019; <https://youtu.be/fps-3frL0AM>



Суперпозиция: Численная модель темных пятен
сверхмассивной черной дыры SgrA* и изображение Телескопа
для Горизонта Событий (ЕНТ)



$$a = 0.9982$$



$$a = 0.65$$

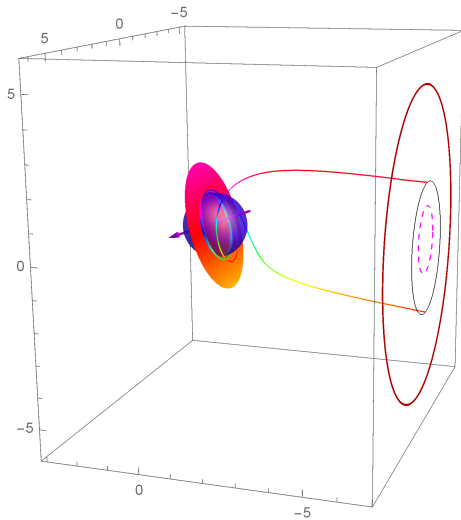
3D изображение сверхмассивной черной дыры M87*,

$\theta_0 = 17^\circ$, $a = 1$: Аккреционный диск и силуэт южной

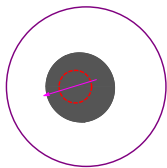
горизонта событий (внутренность серой замкнутой кривой), которая на небесной

сфере проектируется внутри классической тени черной дыры (пурпурная

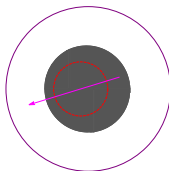
замкнутая кривая)



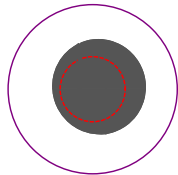
Темное пятно в случае **M87*** ($\theta_0 = 17^\circ$)
проецируется внутри внешней границы классической тени
черной дыры



$$a = 1$$



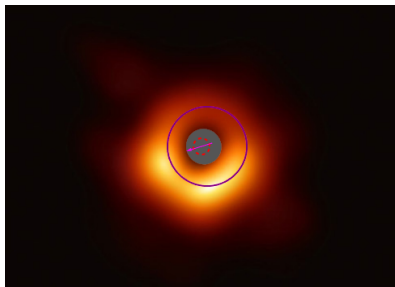
$$a = 0.75$$



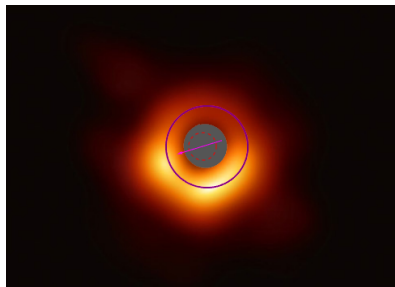
$$a = 0$$

Темное пятно в случае **M87*** является линзированным
изображением **южной** полусферы глобуса горизонта
событий черной дыры

Суперпозиция: Изображения Телескопа Горизонта Событий (ЕНТ) и численных моделей темных пятен



SgrA*: $0.65 \leq a \leq 0.9$



M87*: $0.7 \leq a \leq 1$

Результаты и Выводы

Наблюдения изображений черных дыр открывают уникальную возможность проверки (или фальсификации) теорий гравитации в режиме сильного поля, когда гравитация доминирует над астрфизическими факторами. Такие наблюдения критически важны для интерпретации астрофизических и космологических данных Вселенной и для понимания физической природы загадочной темной материи и темной энергии.

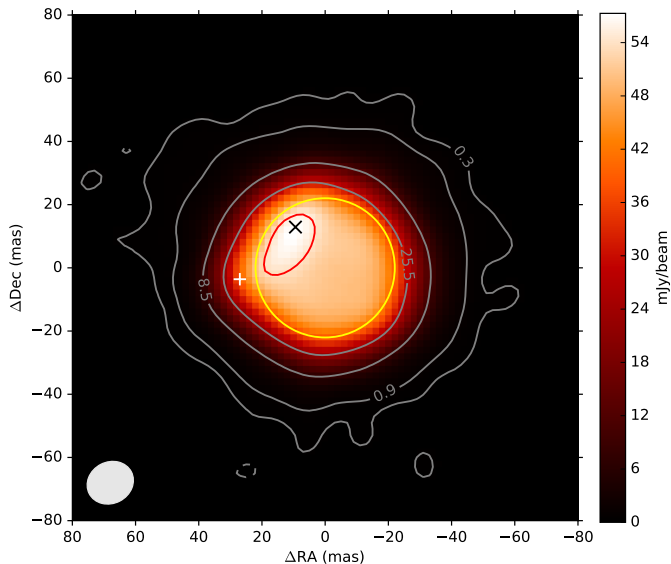
Первые изображения черных дыр SgrA* и M87*, полученные недавно международным проектом “Телескоп для Горизонта Событий“, будут детально исследованы при реализации международного проекта “Космической Обсерватории Миллиметрон”, предложенного и разработанного российскими учеными. Целью этого проекта является нахождение правильной теории гравитации, что окажет мощное стимулирующее влияние на развитие отечественных технологий производства электроники, а также методов искусственного интеллекта и обработки больших объемов данных.

Список публикаций

- VD / Physical origin of the dark spot at the image of supermassive black hole SgrA* revealed by the EHT collaboration // Astronomy 2022, 1(2), 93–98
- VD, N.O. Nazarova / Modeling the motion of a bright spot in jets from black holes M87* and SgrA* // Gen. Relativ. Gravit. 53, 83 (2021)
- VD, N.O. Nazarova / Silhouettes of invisible black holes // Physics-Uspekhi 63 (6) 583–600 (2020)
- VD and N.O. Nazarova / Visible shapes of black holes M87* and SgrA* // Universe 2020, 6(9), 154.
- VD, N.O. Nazarova / Event horizon image within black hole shadow // JETP. 128, 578–585 (2019)
- VD and N.O. Nazarova / Brightest point in accretion disk and black hole spin: Implication to the image of black hole M87* // Universe 2019, 5(8), 183
- VD, N. O. Nazarova and V.P. Smirnov / Event horizon silhouette: implications to supermassive black holes M87* and SgrA* // Gen. Relativ. Gravit. (2019) 51: 81
- VD / To see invisible: image of the event horizon within the black hole shadow // IJMPD 28, No. 13 (2019) 1941005

Изображение объекта, который не является черной дырой
Телескоп ALMA (часть Телескопа Горизонта Событий):
звезда Бетельгейзе

A&A 602, L10 (2017)



Results and Conclusions

Nowadays the major problem in cosmology is the choice of valid gravity theory for interpretation of the observational data. Usually in cosmology it is used the Einstein general theory of relativity and the corresponding Friedman-Robertson-Walker equations in the strong field limit (when gravitational potential is of the order light velocity square). Meanwhile, the general theory of relativity is verified and confirmed only in the weak field limit. Observations of black hole images (silhouettes) opens a unique possibility for the verification (or falsification) of modified gravity theories in the strong field limit. This is especially crucial for physical interpretation of astrophysical and cosmological observations of the far regions of the Universe and for understanding the physical origin of enigmatic dark matter and dark energy.

The first visual images of supermassive black holes M87* and SgrA* have been observed recently by the Event Horizon Telescope. These images demonstrate a qualitative agreement with the general theory of relativity. In the nearest future it would be possible to quantitatively scrutinize the known modified gravity theories after construction of the Space Millimetron Observatory with nano-arcsecond angular resolution.

Даёшь Миллиметр!